

**PEMBAHASAN CONTOH SOAL
OLIMPIADE MATEMATIKA SD**

Marfuah, S.Si., M.T
marfuah_ssi@yahoo.com

Berikut merupakan pembahasan beberapa contoh soal olimpiade matematika tingkat SD. Perlu diingat bahwa cara menjawab yang diberikan hanyalah alternatif saja, selaku guru/pembimbing Anda dapat menyesuaikan dengan kemampuan siswa.

Soal Isian

Pada pelaksanaan OSN, soal isian dapat langsung diisi jawaban saja. Penulisan cara pengerjaan di sini hanya untuk kepentingan pembelajaran. Berikut beberapa contoh soal isian.

1. Dari pukul 07.00 pagi sampai dengan pukul 10.00 pagi selisih 3 jam. Karena setiap 1 jam jarum menit berputar 360° maka dalam 3 jam jarum menit berputar $3 \times 360^\circ = 1080^\circ$.
2. Sebagai alternatif penyelesaian untuk menentukan bilangan pecahan dari suatu bilangan desimal, dapat menggunakan cara coba-coba.

Misal terkaan pertama $\frac{1}{3}$, dengan menggunakan pembagian bersusun diperoleh bentuk desimalnya adalah 0,3333... yang ternyata lebih dari 0,1111.... Dengan mengingat sifat pembilang dan penyebut pecahan, maka strategi untuk mengecilkan bentuk desimal itu salah satunya adalah dengan membesarkan nilai penyebut.

Terkaan	Nilai Desimal
$\frac{1}{3}$	0,3333...
$\frac{1}{6}$	0,1666...
...	...
...	...
$\frac{1}{9}$	0,1111...

Jadi bilangan pecahan untuk bilangan desimal 0, 1111... adalah $\frac{1}{9}$.

Berikut adalah alternatif lain pengerjaan soal ini. Namun perlu diingat bahwa untuk dapat mengerjakan dengan cara di bawah ini siswa harus menguasai operasi aljabar satu variabel.

Dimisalkan:

$$n = 0,1111... \quad 1)$$

maka: $10 \times n = 1,1111... \quad 2)$

Jika persamaan 2) dikurangi persamaan 1) diperoleh:

$$(10 \times n) - n = 1,1111... - 0,1111...$$

$$9 \times n = 1$$

$$n = \frac{1}{9}$$

3. Ani membuka sebuah buku. Ternyata kedua nomor halaman yang tampak bila dijumlahkan hasilnya 333. Kedua halaman buku yang dimaksud adalah . . . [OSN 2003]

Jawab.

Untuk menuntun siswa menemukan jawaban, dapat dengan **menyederhanakan permasalahan**. Ambil bilangan sederhana untuk menyatakan jumlah kedua halaman, misal 3. Kemudian mintalah siswa mengisikan nomor halaman berapa yang berturutan apabila dijumlah sama dengan 3. Untuk memudahkan dapat menggunakan tabel berikut.

Jumlah	Nomor halaman kiri	Nomor halaman kanan
3	1	2
4	tidak mungkin	tidak mungkin
5
7
9

Hingga akhirnya siswa menemukan sendiri ternyata salah satu cara menentukan nomor halaman adalah:

$$\text{nomor halaman kiri} = \frac{\text{jumlah nomor halaman} - 1}{2} = \frac{333 - 1}{2} = 166$$

Sehingga kedua halaman buku yang dimaksud adalah 166 dan 167.

4. Budi dapat naik sepeda sejauh 15 km dalam 50 menit. Dengan kecepatan yang sama, berapa lama waktu yang dibutuhkan Budi untuk mencapai jarak 12 km? [OSN 2003]

Jawab.

Budi naik sepeda sejauh 15 km dalam 50 menit berarti waktu yang diperlukan Budi untuk menempuh jarak 1 km adalah $\frac{50}{15} = \frac{10}{3}$ menit. Sehingga lama waktu yang dibutuhkan Budi untuk mencapai jarak 12 km adalah:

$$\frac{10}{3} \times 12 = 40 \text{ menit.}$$

5. a adalah hasil penjumlahan 5 bilangan prima pertama

$$a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28$$

b adalah hasil penjumlahan faktor-faktor prima dari 12. Faktor-faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 12. Sehingga faktor primanya hanya 2 dan 3.

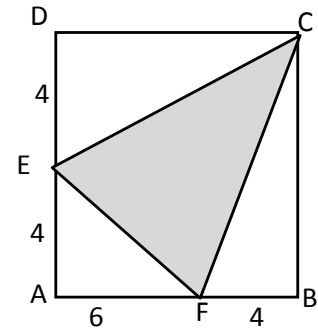
$$b = 2 + 3 = 5$$

diperoleh $a - b = 23$.

6. Langkah pertama yang dapat dilakukan adalah menulis yang diketahui pada gambar.

Untuk menghitung luas daerah yang diarsir, siswa harus mengetahui luas persegi panjang dan luas semua daerah yang tidak diarsir.

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi panjang} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= 10 \times 8 = 80 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Luas $\triangle EAF$ + Luas $\triangle CBF$ + Luas $\triangle CDE$

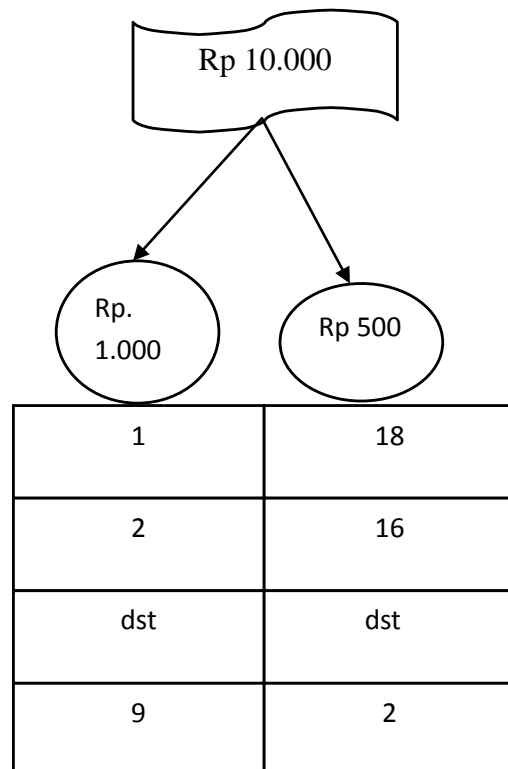
$$\begin{aligned} &= \frac{6 \times 4}{2} + \frac{4 \times (4+4)}{2} + \frac{(6+4) \times 4}{2} \\ &= 12 + 16 + 20 = 48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi:

Luas daerah yang diarsir =

$$\text{Luas persegi panjang} - \text{Luas daerah yang tidak diarsir} = 80 - 48 = 32 \text{ cm}^2$$

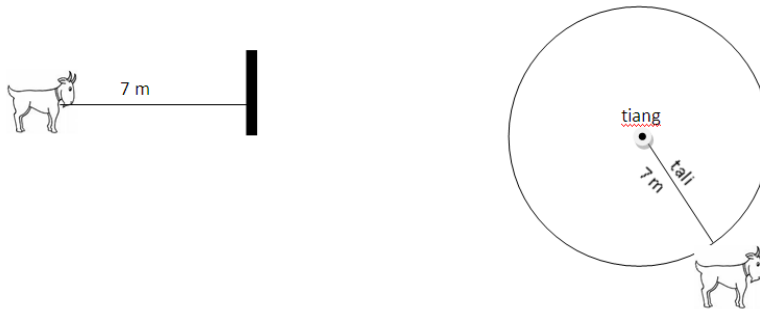
7. Sebagai alternatif menyelesaikan soal ini dapat dengan tabel kemungkinan berikut. Ingat bahwa tidak boleh Rp1.000,00 semua ataupun Rp500,00 semua.



Ternyata ada 9 cara penukaran uang.

Apabila siswa telah cukup lihai, dapat dilihat bahwa cara penukaran uang hanya bergantung pada banyaknya koin Rp 1000, sehingga tidak perlu menghitung banyaknya koin Rp 500. Hal ini akan lebih mempercepat pengerjaan.

8. Pertama harus ditentukan terlebih dahulu bentuk luasan daerah yang dapat dijadikan kambing tempat memakan rumput. Gunakan ilustrasi untuk memudahkan.

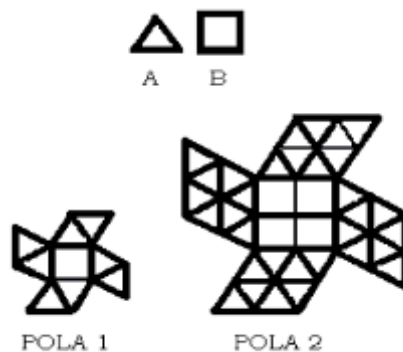


Ternyata luasan berupa lingkaran dengan jari-jari $r = 7\text{m}$, sehingga luas daerah yang dapat dijadikan kambing tempat memakan rumput adalah:

$$\text{Luas} = \frac{22}{7} \times r \times r = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ m}^2$$

Soal Eksplorasi

1. Segitiga samasisi A dan persegi B di bawah ini memiliki ukuran sisi 1 satuan. Pola 1 dan Pola 2 dibentuk dengan menggunakan segitiga dan persegi tersebut.

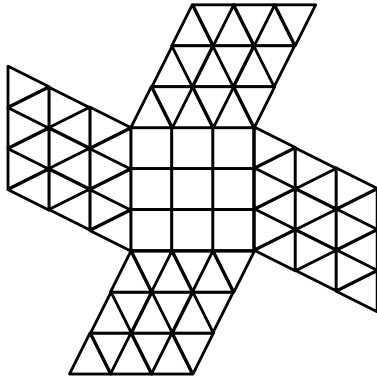


- Gunakan sejumlah segitiga dan persegi yang tersedia untuk membentuk Pola 3. Berapa banyak persegi dan segitiga yang diperlukan?
- Gunakan sejumlah persegi dan segitiga yang tersedia untuk membentuk Pola 4. Berapa banyak persegi dan segitiga yang diperlukan?
- Jika susunan persegi dan segitiga tersebut diteruskan sampai Pola 10, berapa banyak persegi dan segitiga yang diperlukan?

[OSN 2004]

Jawab:

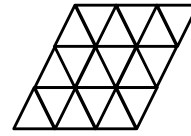
a. Pola 3:



Perhatikan bahwa:

Banyaknya persegi = $3^2 = 9$

Banyaknya segitiga pada setiap



$$= 3^2 \times 2 = 18$$

Sehingga banyaknya segitiga seluruhnya
ada $4 \times (3^2 \times 2) = 4 \times 18 = 72$

b. Pola 4

Dengan cara yang sama diperoleh:

Banyaknya persegi = $4^2 = 16$

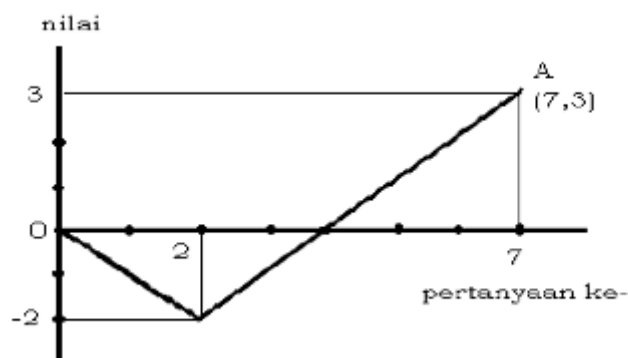
Banyaknya segitiga = $4 \times (4^2 \times 2) = 128$

c. Pola 10

Banyaknya persegi = $10^2 = 100$

Banyaknya segitiga = $4 \times (10^2 \times 2) = 800$

2. Dalam suatu permainan, seorang pemain mendapat nilai 1 (satu) jika dia dapat menjawab pertanyaan dengan benar dan mendapat nilai -1 (negatif satu) jika dia menjawab salah. Data seorang pemain digambarkan pada grafik berikut ini.



Pemain tersebut menjawab 2 (dua) pertanyaan pertama dengan salah dan 5 (lima) pertanyaan berikutnya dengan benar. Pada grafik di atas, posisi pemain ada di titik A (7,3), artinya sesudah menjawab pertanyaan ketujuh pemain tersebut mendapat nilai 3.

- a. Dengan melanjutkan permainan ke pertanyaan kedelapan sampai dengan kesebelas, posisi pemain tersebut ada di titik (11,n). Tentukan semua nilai n yang mungkin.
- b. Misalkan pada suatu saat posisi pemain tersebut berada di titik (112, 42). Berapa pertanyaan yang dijawab dengan benar?

[OSN 2004]

Jawab:

- a. Diketahui bahwa sampai pertanyaan ketujuh pemain A mendapat nilai 3.

Dari pertanyaan kedelapan sampai ke pertanyaan kesebelas ada 4 pertanyaan, sehingga semua nilai n yang mungkin pada pertanyaan kesebelas adalah:

Kemungkinan Jawaban	Nilai (n)
benar semua (tidak ada yang salah)	$3 + 4 - 0 = 7$
3 soal benar (1 soal salah)	$3 + 3 - 1 = 5$
2 soal benar (2 soal salah)	$3 + 2 - 2 = 3$
1 soal benar (3 soal salah)	$3 + 1 - 3 = 1$
tidak ada yang benar (4 soal salah)	$3 + 0 - 4 = -1$

- b. Posisi pemain berada pada titik (112,42)

Maka banyaknya pertanyaan = 112 dan nilai = 42. Ditanyakan banyaknya pertanyaan yang dijawab dengan benar. Sebagai alternatif cara menjawab, disusun tabel pemisalan berikut.

Misal banyak soal salah	soal	nilai
0		112
1		110
2		108
3		106
⋮		⋮
dst.		dst.

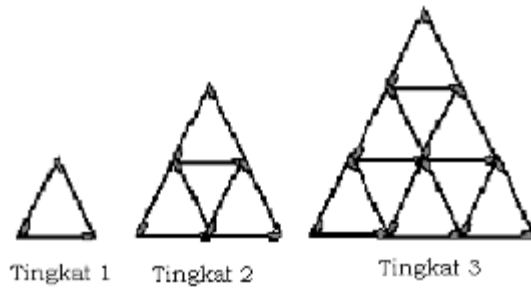
Pengerjaan dengan tabel di atas akan membutuhkan waktu yang lama.

Terlihat bahwa setiap 1 soal yang salah mengurangi nilai sebanyak 2. Karena diketahui nilai untuk 112 soal adalah 42, maka:

$$\text{banyaknya soal salah} = \frac{112 - 42}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ soal.}$$

Sehingga banyaknya soal benar = $112 - 35 = 77$ soal.


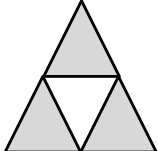
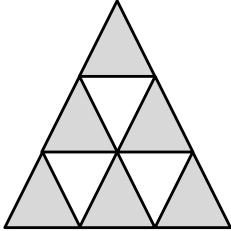
3. Gambar di bawah ini menunjukkan tiga pola segitiga Tingkat 1, Tingkat 2, dan Tingkat 3, yang terbuat dari batang korek api. Dibutuhkan tiga batang korek api untuk membuat segitiga Tingkat 1, sembilan batang korek api untuk membuat segitiga Tingkat 2, dan 18 batang korek api untuk membuat segitiga Tingkat 3.



- a. Berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membuat segitiga Tingkat 5?
- b. Berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membuat segitiga Tingkat 10?
[OSN 2004]

Jawab.

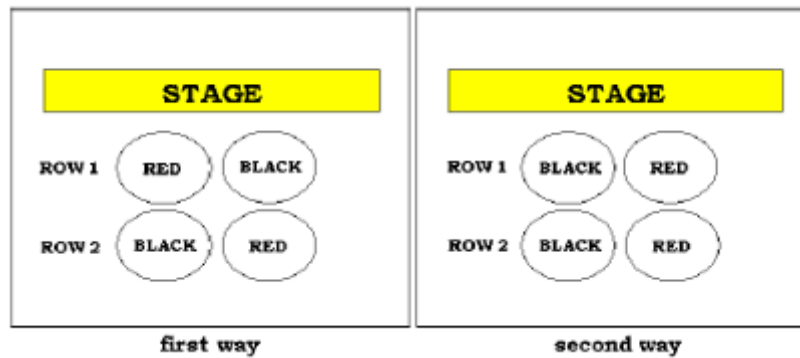
Sebagai alternatif cara menjawab, dapat digunakan arsiran untuk memudahkan menghitung batang korek api.

Tingkat	Gambar	Banyak segitiga yang diarsir	Banyak batang korek api
1		1	$3 \times 1 = 3$
2		$1+2=3$	$3 \times 3 = 9$
3		$1+2+3=6$	$3 \times 6 = 18$

Sehingga:

- a. untuk $n=5$, banyaknya batang korek api yang dibutuhkan
 $= 3 \times (1+2+3+4+5) = 3 \times 15 = 45$
- b. untuk $n=10$, banyaknya batang korek api yang dibutuhkan
 $= 3 \times (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) = 3 \times 55 = 165$

4. A theater stores 100 chairs, 50 are red and the other 50 are black. For a show, the organizer wants to place some chairs in 8 rows of 8 chairs each. Any red chairs may not be placed to the right or to the left of another red chair. Also, any black chairs may not be placed to the right or to the left of another black chair. All chairs face the stage.
- a. When 4 chairs are placed in 2 rows of 2 chairs each, there are 4 ways to arrange those 4 chairs. Given below are two of the 4 ways.



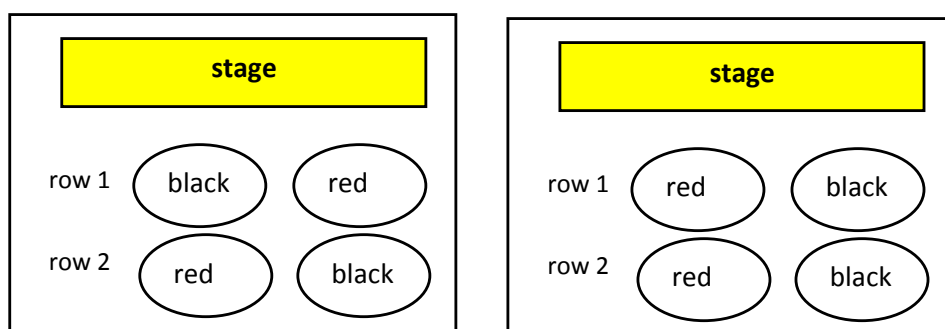
Find the other two ways of arranging the 4 chairs.

- b. In how many ways can we arrange 9 chairs in 3 rows of 3 chairs each?
 c. In how many ways can we arrange 64 chairs in this theater?

Jawab.

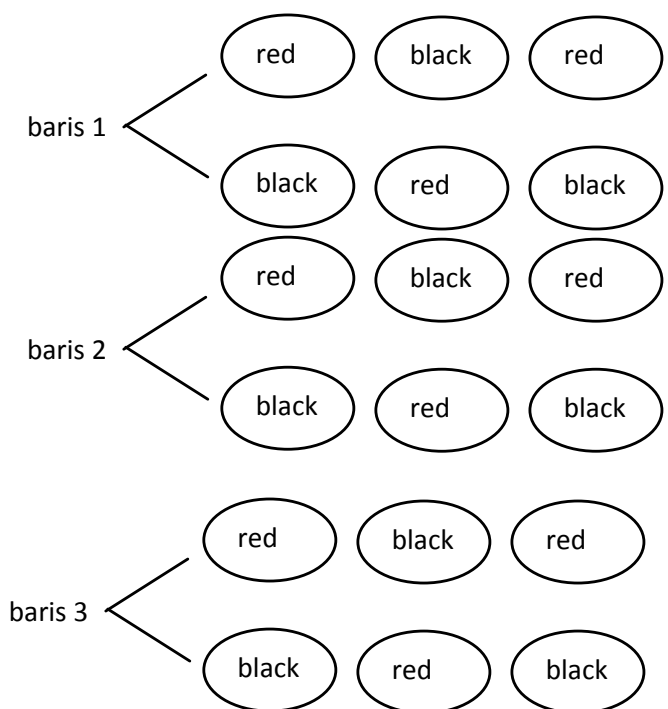
Sebuah bioskop mempunyai 100 kursi yang terdiri dari 50 kursi merah dan 50 adalah kursi hitam. Untuk sebuah pertunjukan, pemilik bioskop ingin menempatkan beberapa kursi dalam 8 baris yang masing-masing terdiri dari 8 kurs. Setiap kursi merah tidak boleh ditempatkan di kanan atau di kiri kursi merah lain. Selain itu, setiap kursi hitam tidak boleh ditempatkan di kanan atau di kiri kursi hitam lain. Semua kursi menghadap ke panggung.

- a. Cara lain untuk menempatkan 4 kursi dalam 2 baris yang masing-masing terdiri dari 2 kursi:

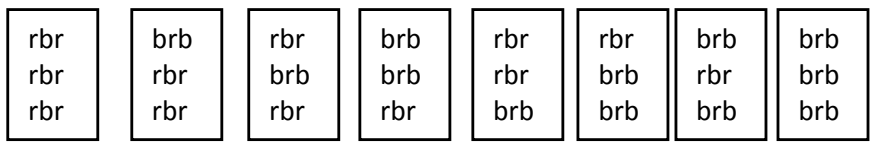


- b. Menyusun 9 kursi dalam 3 baris

Perhatikan bahwa hanya ada 2 cara menyusun kursi, yang sama untuk setiap baris yakni :



Sehingga daftar susunan kursi (r=red, b=black) yang mungkin adalah :

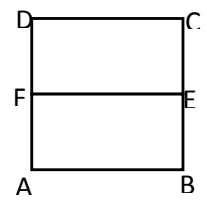


Yakni ada 8 cara, yang dapat juga diperoleh dari hasil perkalian kemungkinan dari tiap baris: $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$.

- c. Menyusun 64 kursi dalam 8 baris
Banyaknya cara = $2^8 = 256$ cara.

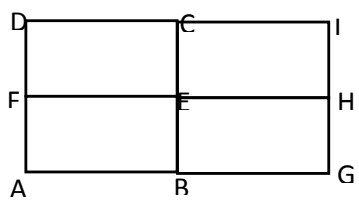
5. Alternatif cara menjawab:

Pola 1

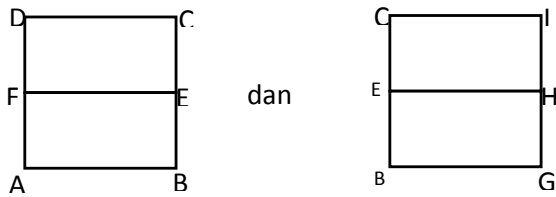


Banyak persegi panjang ada 3 yaitu ABEF, FECD, dan ABCD.

Pola 2



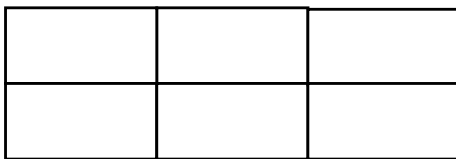
Selain memiliki persegi panjang AGHF, FHID dan AGID, Pola 2 juga dapat diiris menjadi dua bagian pola 1, yakni:



yang masing-masing terdiri dari 3 persegi panjang.

Jadi Pola 2 terdiri dari : $3+(2 \times 3) = 3 \times (1+2) = 9$ persegi panjang.

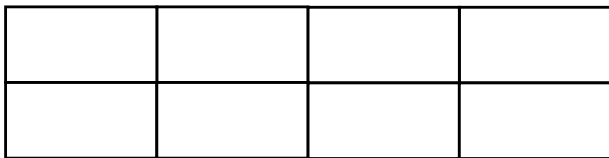
Pola 3



Dengan memanfaatkan hasil yang diperoleh pada pola 1 dan pola 2, maka banyaknya persegi panjang pada pola 3 =

$$3+(2 \times 3)+(3 \times 3) = 3 \times (1+2+3) = 18 \text{ persegi panjang}$$

a. Pola 4



Dengan memanfaatkan hasil yang diperoleh pada pola 1, pola 2 dan pola 3, maka banyaknya persegi panjang pada pola 4 =

$$3+(2 \times 3)+(3 \times 3) + (4 \times 3) = 3 \times (1+2+3+4) = 30 \text{ persegi panjang}$$

b. Pola 6

Dari pengerjaan di atas, banyak persegi panjang pada Pola 6 adalah

$$3 \times (1+2+3+4+5+6) = 63 \text{ persegi panjang}$$