



OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT SEKOLAH DASAR

MATERI : BILANGAN

Disajikan pada Pelatihan Guru-Guru Pembina Olimpiade Matematika Tk. SD

di Fakultas MIPA UNY, 30 Juli 2011

Oleh :

Nikenasih Binatari, M.Si

Dosen Jurusan Pendidikan Matematika

FMIPA UNY

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Yogyakarta

2011

OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT SEKOLAH DASAR

MATERI : BILANGAN

A. PENDAHULUAN

Olimpiade matematika tingkat SD menjadi topik yang hangat dibicarakan oleh kalangan siswa maupun pendidik mulai tahun 2002. Hal ini bermula sejak Pemerintah melalui Departemen Pendidikan Nasional yang sekarang menjadi Kementrian Pendidikan Nasional menyelenggarakan Olimpiade Sains Nasional dengan matematika sebagai salah satu bidangnya.

Berbeda dengan ajang perlombaan matematika lainnya, olimpiade matematika mempunyai ciri tersendiri dalam hal tipe soal serta tehnik penilaian. Soal-soal yang sering dimunculkan lebih cenderung bersifat *tricky*. Untuk dapat menyelesaikan soal-soal olimpiade matematika, lebih diperlukan ide matematika yang kreatif daripada kemampuan dan kecepatan komputasi. Wiworo menyatakan bahwa ciri utama dari soal olimpiade matematika adalah bersifat non-rutin dan menekankan pada pemecahan masalah (*problem solving*). Oleh karena itu, soal-soal olimpiade matematika jarang ditemui didalam kelas.

Strategi Membina Calon Peserta Olimpiade

- Berikan sebanyak mungkin soal-soal tingkat Olimpiade.
- Mulai dengan soal-soal yang relatif lebih mudah, secara bertahap naikkan tingkat kesulitan soal.
- Jika siswa belum memecahkan suatu soal, berikan petunjuk setahap demi setahap. Jangan langsung beri jawaban.
- Tingkatkan kemampuan siswa untuk memahami bahasa Inggris, terutama kemampuan membaca dan memahami soal dalam bahasa Inggris.
- Para pelatih Olimpiade juga harus banyak berlatih soal-soal sehingga siap menghadapi berbagai pertanyaan kreatif dari siswa.
- Guru juga manusia! Jangan sungkan untuk mengakui kalau tidak mampu mengerjakan.

B. MATERI BILANGAN

Konsep Habis Dibagi

Bilangan yang dapat habis dibagi biasa disebut dengan bilangan kelipatan. Jadi, bilangan kelipatan n adalah bilangan-bilangan yang dapat dibagi dengan n .

Misalnya,

Bilangan kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, ...

Bilangan kelipatan 4 adalah 4, 8, 12, 16, 20,

Bilangan yang habis membagi disebut dengan faktor. Jadi, faktor dari n adalah bilangan-bilangan yang dapat habis membagi n . Misalnya,

Faktor dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, dan 24.

Faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, dan 30.

Banyak soal-soal yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep hasil bagi ataupun bilangan kelipatan. Ingat bahwa sisa hasil bagi harus lebih kecil dari bilangan pembaginya dan bernilai positif.

.....
Contoh :

Soal kompetisi matematika nalaria realistic

Diketahui umur Kelvin kurang dari 50 tahun. Saat ini umurnya merupakan kelipatan 6 dan tahun depan umurnya merupakan kelipatan 5. Berapakah umur Kelvin sekarang?

Jawab :

Kemungkinan umur Kelvin sekarang yaitu kelipatan 6 yang kurang dari 50

6 12 18 24 30 36 42 48

Jadi, kemungkinan umur Kelvin tahun depan adalah

6+1 12+1 18+1 24+1 30+1 36+1 42+1 48+1

7 13 19 **25** 31 37 43 49

Karena umur Kelvin tahun depan merupakan kelipatan 5, dan bilangan kelipatan 5 hanya 25 maka umur Kelvin tahun depan adalah 25 → umur Kelvin sekarang adalah 24.

Penggunaan bilangan kelipatan dalam soal cerita dapat diterapkan dalam kegiatan yang dilakukan berulang-ulang.

Berikut ini adalah contoh soal yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep hasil bagi. Cermati soal sisa hasil bagi berikut ini.

.....

Contoh :

Soal olimpiade matematika SD/MI muhammadiyah se-Indonesia

Tanggal 6 maret 2005 adalah hari sabtu. Tentukan hari apakah 100 hari dari tanggal tersebut!

Jawab :

Perhatikan susunan berikut

Hari 1 : minggu	hari 8 : minggu	hari 15 : minggu
Hari 2 : senin	hari 9 : senin	hari 16 : senin
Hari 3 : selasa	hari 10 : selasa	dst.
Hari 4 : rabu	hari 11 : rabu	
Hari 5 : kamis	hari 12 : kamis	
Hari 6 : jumat	hari 13 : jumat	
Hari 7 : sabtu	hari 14 : sabtu	

Dari susunan diatas dapat kita ketahui bahwa bilangan kelipatan 7 selalu jatuh pada hari sabtu. Jadi, untuk mengetahui jatuh pada hari apakah 100 hari dari tanggal 6 maret, cukup dicari sisa pembagian 100 atas 7.

.....

Sebagai perbandingan, misalnya akan dicari 140 hari setelah tanggal tersebut. Karena bilangan 140 merupakan bilangan kelipatan 7, maka 140 hari setelah tanggal 6 maret 2006 jatuh pada hari sabtu.

Untuk dapat memahami soal berikut, ingat bahwa $1 \times 1 = 1$ dan 1 dikali bilangan berapapun hasilnya adalah bilangan itu sendiri.

Contoh :

Tentukan angka satuan dari 7^{2007}

Jawab :

Perhatikan bahwa angka satuan berikut membentuk pola berulang

7^1 menghasilkan angka satuan 7

7^2 menghasilkan angka satuan 9

7^3 menghasilkan angka satuan 3

7^4 menghasilkan angka satuan 1

7^5 menghasilkan angka satuan 7, dst.

Jadi, untuk mengetahui angka satuan, cukup dilihat sisa hasil bagi dari 2007 terhadap 4.

Akibatnya, 7^{2007} menghasilkan angka satuan 3.

C. KPK dan FPB

Dari bab di atas, kalian telah mempelajari mengenai bilangan kelipatan dan faktor. Sekarang kita akan mempelajari mengenai KPK atau kelipatan persekutuan terkecil dan FPB atau faktor persekutuan terbesar.

Misalkan diketahui dua buah bilangan a dan b . KPK dari a dan b adalah bilangan kelipatan a dan b yang paling kecil, sedangkan FPB dari a dan b adalah bilangan faktor dari a dan b yang paling besar.

Sebagai contoh :

16 dan 24

Kelipatan Persekutuan Terkecil

Kelipatan 16 adalah 16, 32, **48**, 64, 80, **96**...

Kelipatan 24 adalah 24, **48**, 72, **96**, 120 ...

Jadi, KPK dari 16 dan 24 adalah 48.

Faktor Persekutuan Terbesar

Faktor dari 16 adalah **1, 2, 4, 8**, 16

Faktor dari 24 adalah **1, 2, 3, 4, 6, 8**, 12, 24

Jadi, FPB dari 16 dan 24 adalah 8.

.....
Contoh :

Tono dan Anton sedang lari pagi. Setiap 15 m Tono berhenti untuk beristirahat, sedangkan Anton berhenti beristirahat setiap 20 m. Jika Tono dan Anton mengambil start pada tempat yang sama, berapa m jarak pertama kali mereka berhenti beristirahat di tempat yang sama dengan jarak awal mereka mengambil start?

Jawab :

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita gunakan prinsip KPK.

Tono berhenti beristirahat pada jarak 15 m, 30 m, 45 m, 60 m, 75 m, ,,,,

Anton berhenti beristirahat pada jarak 20 m, 40 m, 60 m, 80 m, 100 m, ...

Jadi, Tono dan Anton berhenti beristirahat pada tempat yang sama pertama kali pada jarak 60 m.

C. LATIHAN SOAL

1. Carilah bilangan terkecil yang dapat dibagi oleh semua bilangan dari 1 sampai dengan 12.
2. Pada persamaan $a \times b = c$, jika a ditambah dengan 24 dan b tetap tidak diubah, maka c bertambah dengan 120. Jika b ditambah 24 dan a tetap tidak diubah, maka c bertambah dengan 288. Carilah nilai c mula-mula.
3. Nita merayakan ulang tahunnya pada bulan april 2005. Pada hari itu usianya sama dengan jumlah angka-angka pada tahun lahirnya. Pada tahun berapa nita lahir?
4. (OSN 2005) Nomor polisi mobil-mobil di suatu negara selalu berupa bilangan 4-angka. Selain itu, jumlah keempat angka pada setiap nomor juga harus habis dibagi 5. Nomor polisi terbesar yang dibolehkan di negara itu adalah
5. (OSN 2005) Suatu tim dokter ahli bedah dapat melakukan operasi pada pasiennya dengan keberhasilan 65%. Bila operasi pertama gagal, tim dokter tersebut melakukan operasi kedua tetapi dengan keberhasilan 20%. Setelah operasi kedua, maka tidak ada pasien yang dapat diselamatkan lagi. Berapakah banyak pasien yang dapat diselamatkan dari setiap 100 orang pasien yang dioperasi?
6. (OSN 2005) Bilangan 15 dapat dinyatakan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan dalam tiga cara, yaitu:

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

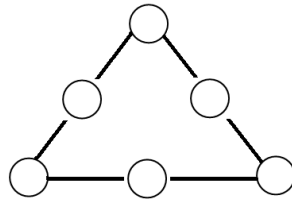
$$15 = 4 + 5 + 6$$

$$15 = 7 + 8$$

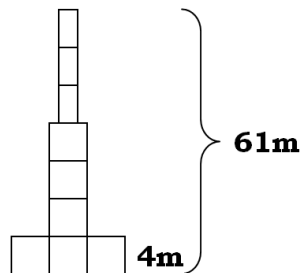
- a. Nyatakan bilangan 18 sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan. Tuliskan dengan sebanyak-banyaknya cara.
- b. Nyatakan bilangan 210 sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan. Tuliskan dengan sebanyak-banyaknya cara.
- c. Tentukan sebuah bilangan di antara 10 dan 100 yang tidak dapat dituliskan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan 6.

SHORT ANSWER PROBLEMS

1. Complete this magic triangle so that the numbers along each side give the same sum. Use each of the numbers 5, 6, 7, 8, 9 and 10 only once. (You are required to give only one solution.)



2. The height of the ground floor of a building is 4 m. The height of each of the other floors is 3 m. The total height of this building is 61 m. Inclusive of the ground floor, how many floors does the building have?

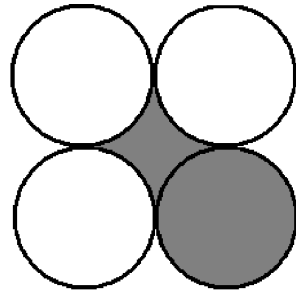


3. The composition of Scotty Cake for 6 servings is shown below. How much rice flour is needed to make Scotty cake for 10 servings?



4. If a positive whole number B is divided by 2, 3, 4, 6 or 9, the remainder is 1. Find the smallest possible value of B .
5. During the first five months of 2004, a company suffered a loss, then gained profit in the remaining seven months. The biggest loss, occurred in March, was 10 million rupiahs. The lowest profit was 9 million rupiahs in June and the highest profit was 15 million rupiahs in October. At least how much was the company's profit during the whole year of 2004?
6. The average score of a mathematics test in a class of 48 students was 80. Changes were made to the scores of two students. One score was changed from 86 to 93. The other score was changed from 85 to 84. What is the new average score of the test?
7. Ms. Olmer pays the employees of her company every first Wednesday of the month. She goes to the bank to get the money for the salaries every first Tuesday of the month. One Wednesday morning, Ms. Olmer realized that she had to pay the employees, but she had not yet gone to the bank to get the money. What day is the fifth day of that month?

8. The figure below shows four equal circles. Each circle touches two adjacent circles. If the radius of each circle is 10 cm, find the area of the shaded region.



9. Mr. White multiplies the first one hundred prime numbers. How many consecutive zero digits can be found at the end of the resulting number?
10. A , B and C are nonnegative whole numbers less than 10 and satisfying the following multiplication: Find one set of values for A , B and C .

$$\boxed{5} \boxed{A} \times \boxed{B} = \boxed{1} \boxed{C} \boxed{4}$$

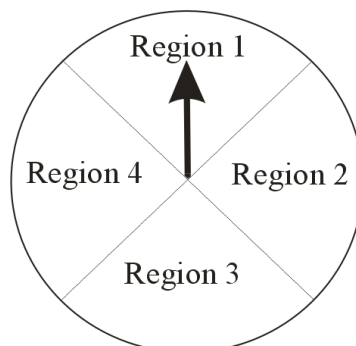
11. Andy multiplies the first fifty whole numbers: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50$. Counting from the right, what is the position of the first non-zero digit? For example, in 205000, the position of the first non-zero digit from the right is 4.
12. A circular bicycle path is 1 km long. Dodi rode a bicycle for two rounds at the speed of 30 kph. If he wants to average 40 kph, what should be his speed for the next four rounds?
13. Each letter represents a non-zero whole number less than 10. Different letters represent different numbers. Find the four-digit number $STNA$.

$$\boxed{4} \times \boxed{A} \boxed{N} \boxed{T} \boxed{S} = \boxed{S} \boxed{T} \boxed{N} \boxed{A}$$

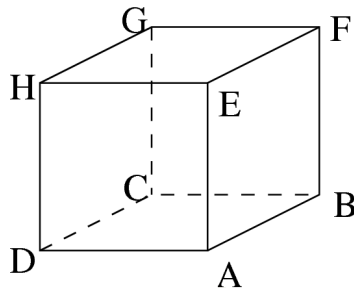
14. The entries to the table below are whole numbers $1, 2, 3, \dots, 9$. Each number appears only once in the table. The numbers written to the right and below the table are products of numbers in the respective rows and columns. Find the number represented by “*”.

			→ 144
9			→ 126
		*	→ 20
↓	↓	↓	
72	105	48	

15. The ratio of an interior angle to an exterior angle of a regular polygon is $5 : 1$. Find the number of sides of the polygon.
16. The figure below shows an arrow, with length 14 cm, in its starting position. The arrow is turned clockwise and makes 7 complete rounds plus 202.5° . Find the length of the path passed by the tip of the arrow. (Use $\pi = \frac{22}{7}$.)



17. A plane cuts a cube through vertex A into two parts. If the cross section formed by cutting the cube is an equilateral triangle, find the number of ways to cut the cube.



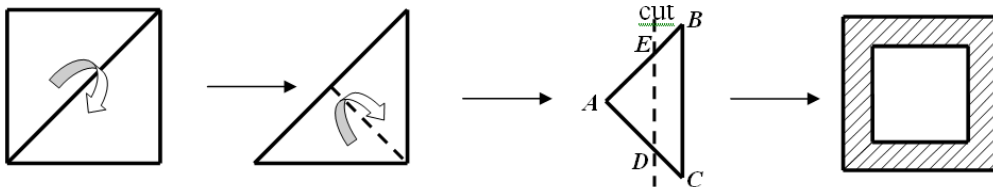
18. Hyde has some candies. Every day, he eats one half of the remaining candies from the previous day, plus one more candy. After five days all the candies were gone. How many candies does Hyde have originally?

19. The number N has the following properties:

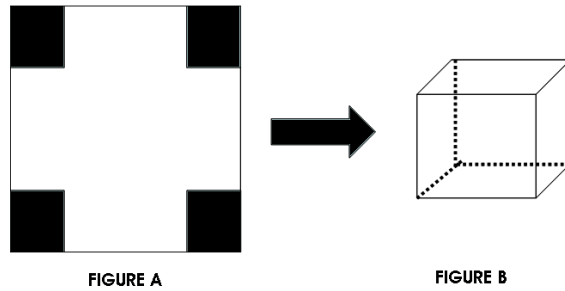
- (a) It consists of 4 digits, each digit is a number less than 7.
- (b) It is a square of a certain number.
- (c) If 3 is added to each digit, the resulting number is also a square of a number.

Find N .

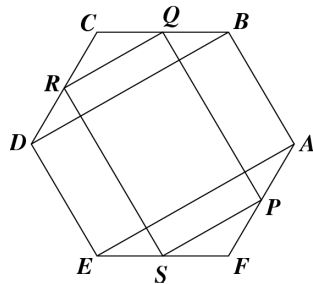
20. A square piece of paper 12 cm by 12 cm is folded, cut and unfolded as shown. If $AE : EB = 5 : 3$, what is the area of the shaded region?



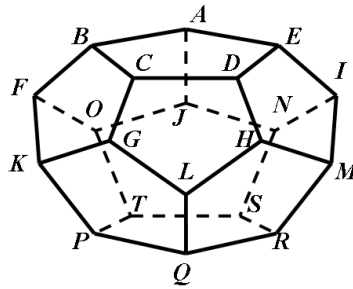
21. A box without top cover (Figure B) is formed from a square carton size $34 \text{ cm} \times 34 \text{ cm}$ (Figure A) by cutting the four shaded areas. If the sides of each shaded square are whole numbers, find the largest possible volume of the box.



22. Let N be a 6-digit number. Its first digit is 1. If the first digit is moved to become the last digit, the resulting number is three times N . Find N .
23. The following figure shows a regular hexagon $ABCDEF$. Each of the points P , Q , R and S is the midpoint of a side of $ABCDEF$. Find the ratio of the area of rectangle $ABDE$ to the area of rectangle $PQRS$.



24. An ant sits at a vertex of a dodecahedron with edge length 1 meter. The ant moves along the edges of the dodecahedron and comes back to the original vertex without visiting any other vertex more than once. How many meters is the longest journey? (This dodecahedron has 12 faces and 30 equal edges.)



25. The display of a digital clock is of the form MM : DD : HH : mm, that is, Month : Day : Hour : minute. The display ranges are

Month (MM) from 01 to 12

Day (DD) from 01 to 31

Hour (HH) from 00 to 23

Minute (mm) from 00 to 59

How many times in the year 2005 does the display show a palindrome? (A palindrome is a number which is read the same forward as backward. Examples: 12 : 31 : 13 : 21 and 01 : 02 : 20 : 10.)